

Kruskal-Wallis は平均順位検定であり，中央値検定ではない

井口豊*

*生物科学研究所，長野県岡谷市

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.14956326>

1. はじめに

データ分布の位置 (location) の違いに関するノンパラメトリック検定となると，すぐに中央値の検定と思われるようで，Kruskal-Wallis (クラスカル・ウォリス) 検定もその一つである。しかし実際には，この検定は平均順位 (mean rank, 順位平均とも言う) の検定であり，特に，標本サイズが大きい場合の近似計算では，平均順位を比較する分散分析 (Rank ANOVA) そのものとも言える。

ここでは統計ソフト R を使い，シミュレーションで Kruskal-Wallis 検定，中央値検定，順位データの分散分析の p 値を比較してみた。

なお，Kruskal-Wallis 検定を 2 群で計算すると，Mann-Whitney U 検定の結果となる (注 1，注釈は末尾に一括)。したがって， U 検定もまた平均順位検定である。

パラメトリック検定である分散分析を 2 群で計算すると， t 検定の結果となる (注 2)。この両者が母平均の検定であることと，Kruskal-Wallis 検定と Mann-Whitney U 検定が平均順位検定であることは，同様な関係にある。

2. Kruskal-Wallis 検定，中央値検定，順位分散分析

便宜上，同点 (タイ) を避けるために，連続一様乱数を使い，3 群 (サンプル数 3)，それぞれ大きさ 50 (サンプルサイズ 50) とした。

中央値検定には，パッケージ coin の median_test 関数 (Brown-Mood median test) を使った。

以下が，R スクリプトである。

```
#####
```

```
library(coin)
```

```
k<- 1e+2 # 標本取り出し反復回数
```

```
n<- 50
```

```
grp<- factor(rep(1:3, each = n))
```

```

set.seed(123)

p<- replicate(k, {

  dat<- runif(3*n, 1, 5)

  c(
  kruskal.test(dat ~ grp)$p.value,
  pvalue(median_test(dat ~ grp)),
  oneway.test(rank(dat) ~ grp, var.equal = TRUE)$p.value
  )

})

par(
  mar = c(4, 4, 1, 1), mfrow = c(2, 1)
)

# Kruskal-Wallis 検定と中央値検定
plot(
  p[1, ], p[2, ],
  xlab = "Kruskal-Wallis test p-value",
  ylab = "Mood's median test p-value",
  cex.lab = 1.2,
  cex.axis = 1.0
)

abline(0, 1, col = "red")

# Kruskal-Wallis 検定と順位分散分析
plot(
  p[1, ], p[3, ],
  xlab = "Kruskal-Wallis test p-value",
  ylab = "Rank ANOVA p-value",
  cex.lab = 1.2,
  cex.axis = 1.0
)

abline(0, 1, col = "red")

#####

```

結果は、次の図 1 のとおりである。

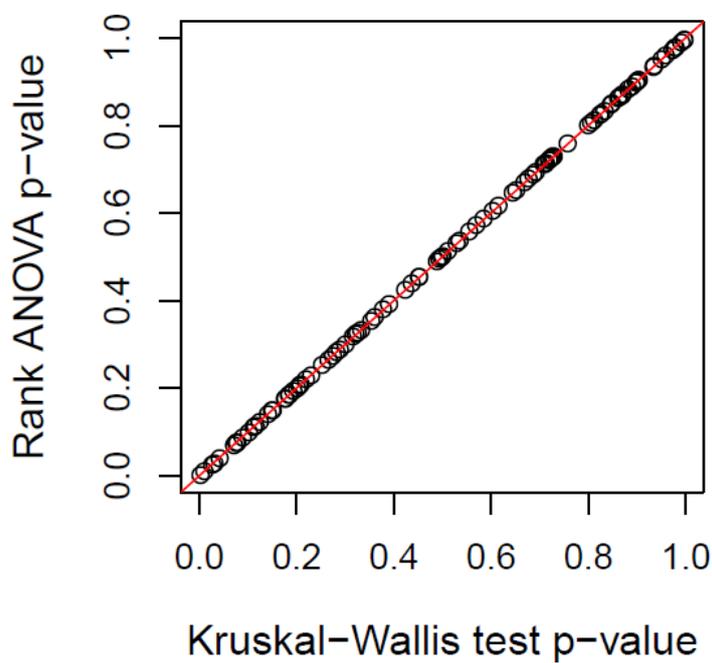
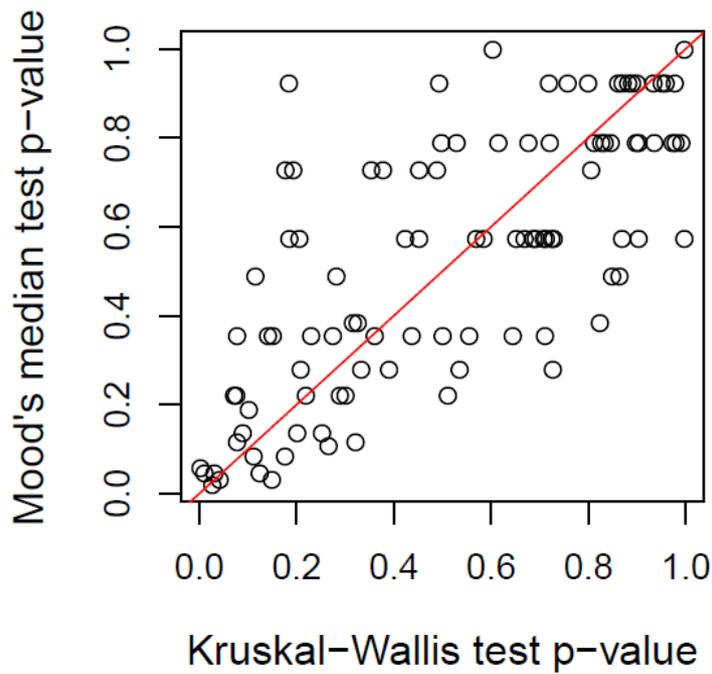


図 1. p 値の比較: Kruskal-Wallis 検定に対して, 中央値検定 (上), 順位分散分析 (下).

Kruskal-Wallis 検定の p 値が, 中央値検定よりも, 順位分散分析のそれに近いことが分かる。

3. 論文の記載例

鈴木ほか（2006） p.182 表 2 には，中央値と四分位範囲が示されている。これ自体は，一般に見られることだが，これとは別に，次ページの表 3 には，Kruskal-Wallis の検定結果とともに，各群の平均順位が示されている。本来，このように平均順位も記したほうが良いのである。

新型コロナ関連の研究で， Alhowaymel et al. (2022) p.6 Table 3 には， Mann-Whitney U 検定と Kruskal-Wallis 検定の結果とともに，平均，標準偏差，平均順位（Mean rank）が記されている。このように， U 検定も Kruskal-Wallis 検定も，平均順位を記したほうが良いのである。

注

1. Kruskal-Wallis 検定を使えば U 検定は不要：漸近と正確検定
<https://biolab.sakura.ne.jp/kruskal-wallis.html> 2025 年 3 月 2 日確認.
2. 対応ある t 検定は 1 群検定，分散分析は 2 群以上の検定
<https://biolab.sakura.ne.jp/paired-t-test-two-sample-anova.html> 2025 年 3 月 2 日確認.

参考文献

Alhowaymel, Abaoud, Alhuwaimel, Alenezi and Alsayed (2022) COVID-19 Patients'Satisfaction Levels with Nursing Care: A Cross-Sectional Study. SAGE Open Nursing 8. <https://doi.org/10.1177/23779608221078163>

印東太郎（1962）サー斯顿の心理尺度構成法. 日本音響学会誌 18(1): 16-22.

鈴木亨・園田茂・才藤栄一・村田元徳・清水康裕・三沢佳代（2006）回復期リハビリテーション目的の入院脳卒中患者における転倒，転落事故と ADL. リハビリテーション医学 43(3): 180-185. <https://doi.org/10.2490/jjrm1963.43.180>